

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 253

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа записываются в поля ответов в тексте работы, а затем переносятся в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

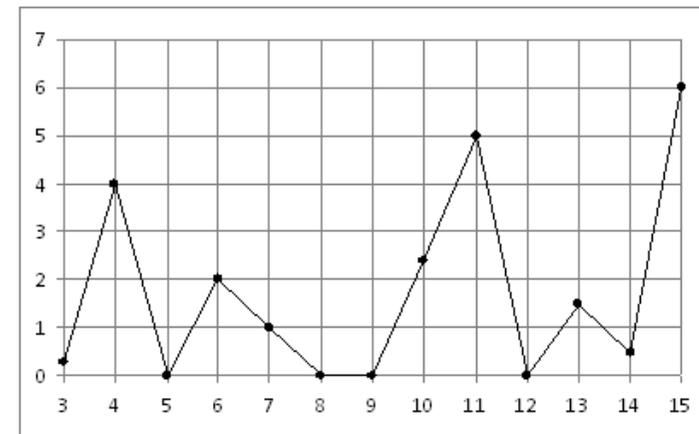
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Торговая база закупила у изготовителя партию альбомов и поставила ее магазину по оптовой цене, которая на 30% больше цены изготовителя. Магазин установил розничную цену на альбом на 20% выше оптовой. При распродаже в конце сезона магазин снизил розничную цену на альбом на 10%. На сколько рублей больше заплатил покупатель по сравнению с ценой изготовителя, если на распродаже он приобрел альбом за 70,2 руб.?

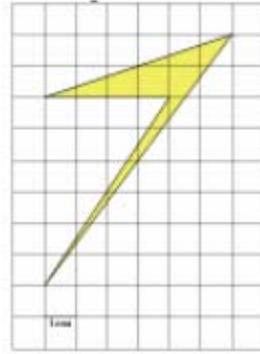
Ответ: _____.

2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода не выпадало осадков.



Ответ: _____.

3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____.

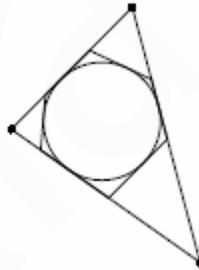
4. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $\log_3(x+1)^2 + \log_3|x+1| = 6$. Если корней несколько, то укажите наименьший корень.

Ответ: _____.

6. К окружности, вписанной в треугольник ABC, проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 5, 7 и 13. Найдите периметр треугольника ABC.

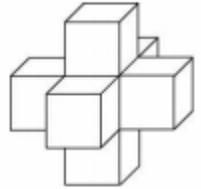


Ответ: _____.

7. Функция $y = f(x)$ определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 5. На промежутке $(-1; 4]$ она задается формулой $f(x) = 3 - |1 - x|$. Найдите значение выражения $5f(20) - 3f(-12)$.

Ответ: _____.

8. Найдите площадь поверхности пространственного креста, изображенного на рисунке и составленного из единичных кубов.



Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $\sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x + 2\sqrt{x-1}}$ при $x = 1.2007$

Ответ: _____.

10. Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу $m=1260$ тонн представляют собой две пустотелые балки длиной $l=18$ метров и шириной s метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой $p = \frac{mg}{2ls}$, где m — масса экскаватора (в тоннах), l — длина балок в метрах, s — ширина балок в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление p не должно превышать 140 кПа. Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____.

11. Подарочный набор состоит трех сортов конфет. Массы конфет первого, второго и третьего сорта в этом наборе относятся как 1:2:8. Массу конфет первого сорта увеличили на 20%, а второго – на 6%. На сколько процентов надо уменьшить массу конфет третьего сорта, чтобы масса набора не изменилась?

Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 2,7 \cdot e^{3x^2 - x^3 - 4}$ на отрезке $[1; 3]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $(\sin 2x - 2 \cos x) \cdot \log_2 \left(\log_{\frac{1}{3}}(x+5) \right) = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left(-\frac{3\pi}{2}; 0\right)$

14. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, ребро которого равно 6, точки M и N – середины ребер AB и $B_1 C_1$ соответственно, а точка K расположена на ребре DC так, что $DK=2KC$.

- А) Найдите расстояние между прямыми MN и AK
 Б) Расстояние от точки A_1 до плоскости треугольника MNK.

15. Решите неравенство

$$2 \log_{x+1}(1-2x) \cdot \log_{1-4x+4x^2}(x+3) + \log_{\frac{1}{x+1}}(x^2+7x+12) \leq 0$$

16. Высоты остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке O. Окружность с центром в точке O проходит через вершину A, касается стороны BC в точке K и пересекает сторону AC в точке M такой, что $AM:MC=4:1$.

- А) Найдите отношение CK:KB
 Б) Найдите длину стороны AB, если радиус окружности равен 2.

17. Кондитерский цех на одном и том же оборудовании производит печенье двух видов. Используя всё оборудование, за день можно произвести 60 центнеров печенья первого вида или 85 центнеров печенья второго вида. Себестоимость печенья первого вида равна 10000 рублей, отпускная цена – 15000 рублей, для печенья второго вида себестоимость равна 12000, а отпускная цена – 18000 рублей. Найдите, какую наибольшую прибыль в рублях может получить цех за день при условии, что будет использоваться все оборудование, будет продано все произведенное печенье и по договору с заказчиком должно производиться в день не менее 6 центнеров печенья каждого вида.

18. Найдите все значения x , удовлетворяющие уравнению

$$\log_2(a^2 x^3 - 5a^2 x^2 + \sqrt{6-x}) = \log_{2+a^2}(3 - \sqrt{x-1})$$

при любом значении параметра a .

19. Дано натуральное четырехзначное число n , в записи которого нет нулей. Для этого числа составим дробь $f(n)$, в числителе которой само число n , а в знаменателе – произведение всех цифр числа n .

А) Приведите пример такого числа n , для которого $f(n) = \frac{643}{160}$

Б) Существует ли такое n , что $f(n) = \frac{343}{160}$?

В) Какое наименьшее значение может принимать дробь $f(n)$, если она равна несократимой дроби со знаменателем 160?